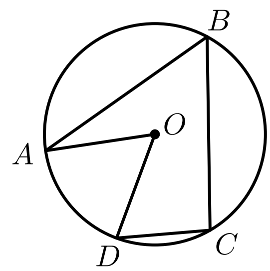
别慌，小场面

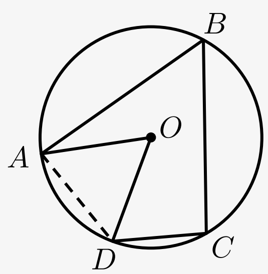
1. 如图，A，B，C，D四个点均在$\odot O$上，$\angle AOD=50^{\circ}$，$AO//DC$，则$\angle B$的度数为（　）．



A. 55°　　B. 60°　　C. 65°　　D. 70°

【答案】C

【解析】连AD．



$\because \angle AOD=50^{\circ}$，$AO=DO$．

$\therefore \angle ADO=65^{\circ}$．

又$\because AD//BC$．

$\therefore \angle ODC=50^{\circ}$．

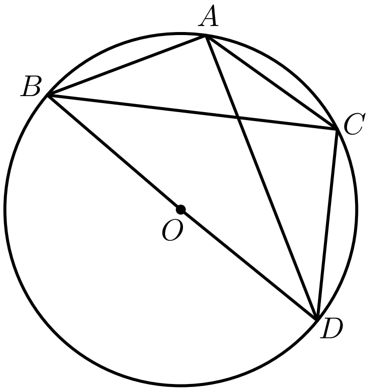
$\because$内接四边形$ABCD$．

$\therefore \angle B=65^{\circ}$．

故选C．

【标注】【知识点】圆内接四边形综合

2. 如图，等腰$\triangle ABC$内接于$\odot O$，已知$AB=AC$，$\angle ABC=30^{\circ}$，BD是$\odot O$的直径，如果$CD=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，则$AD=$______．



【答案】4

【解析】方法一：$\because AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=\angle ADB=30^{\circ}$，

$\because BD$是直径，

$\therefore \angle BAD=90^{\circ}$，$\angle ABD=60^{\circ}$，

$\therefore \angle CBD=\angle ABD-\angle ABC=30^{\circ}$，

$\therefore \angle ABC=\angle CBD$，

$\therefore AC=CD=AB$，

$\therefore CB=AD$，

$\therefore AD=CB$，

$\because \angle BCD=90^{\circ}$，

$\therefore BC=CD\cdot\tan 60^{\circ}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{3}=4$，

$\therefore AD=BC=4$．

方法二：$\because AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=\angle ADB=30^{\circ}$，

$\because BD$是直径，

$\therefore \angle BAD=90^{\circ}$，$\angle ABD=60^{\circ}$，

$\therefore \angle CBD=\angle ABD-\angle ABC=30^{\circ}$，

$\therefore \angle ABC=\angle CBD$，

$\therefore \overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{AB}$，

$\therefore \overset{\frown}{CB}=\overset{\frown}{AD}$，

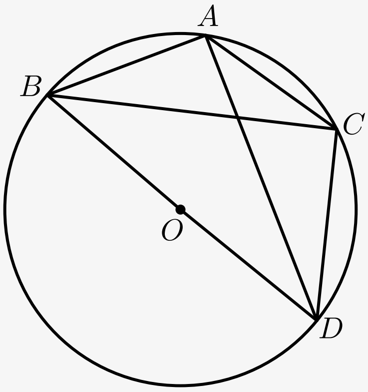
$\therefore AD=CB$，

$\because \angle BCD=90^{\circ}$，

$\therefore BC=CD\cdot\tan 60^{\circ}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{3}=4$，

$\therefore AD=BC=4$．

故答案为4．



【标注】【知识点】圆周角定理以及应用

3. 已知AB是$\odot O$的直径，弦CD与AB相交，$\angle BAC=40^{\circ}$．

（1）如图1，若D为弧AB的中点，求$\angle ABC$和$\angle ABD$的度数．

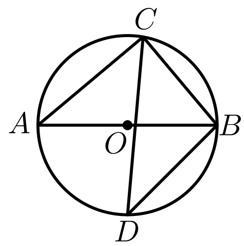


图 1

（2）如图2，若D为弧AB上一点，过点D作$\odot O$的切线，与AB的延长线交于点P，若$DP//AC$，求$\angle OCD$的度数．

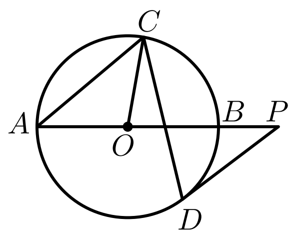


图 2

【答案】（1）$\angle ABC=50^{\circ}$，$\angle ABD=45^{\circ}$．

（2）$\angle OCD=25^{\circ}$．

【解析】（1）$\because AB$为$\odot O$直径，

$\therefore \angle ACB=90^{\circ}$，

$\because \angle BAC=40^{\circ}$，

$\therefore \angle ABC=50^{\circ}$，

$\because D$为弧AB中点，

$\therefore\angle AOD=90^\circ$，

$\therefore\angle ABD=45^\circ$．

（2）连接OD，延长DO交AC于E，交$\overset{\frown}{AC}$于F，

$\because DP$为$\odot O$切线，

$\therefore OD\perp DP$，

$\therefore\angle CDP=90^\circ$，

$\because DP//AC$，

$\therefore\angle OEA=\angle ODP=90^\circ$，

$\because\angle A=40^\circ$，

$\therefore\angle AOE=50^\circ$，

$\therefore\angle COE=50^\circ$，

$\therefore\angle FDC=25^\circ$，

$\because OC=OD$，

$\therefore\angle OCD=\angle ODC=25^\circ$．

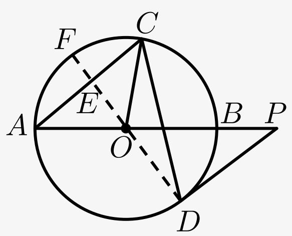
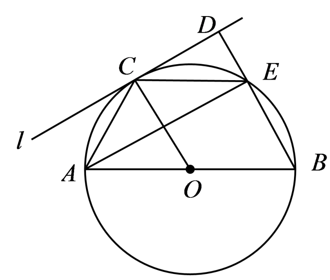


图 2

【标注】【知识点】圆周角定理以及应用

4．如图，$\odot O$的直径$AB=6$，C为圆周上一点，$AC=3$，过点C做$\odot O$的切线l，过点B做l的垂线BD，垂足为D，BD与$\odot O$交于点E．



（1）求$\angle AEC$的度数．

（2）求证：四边形$OBEC$是菱形．

【答案】（1）30°．

（2）证明见解析．

【解析】（1）$\because OA=OC=\dfrac{1}{2}AB=3$，$AC=3$，

$\therefore OA=OC=AC$，

$\therefore \triangle OAC$为等边三角形，

$\therefore \angle AOC=60^\circ$，

$\because \overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{AC}$，

$\therefore \angle AEC=\dfrac{1}{2}\angle AOC=30^\circ$．

（2）$\because$直线l切$\odot O$于C，

$\therefore OC\perp CD$，

又$\because BD\perp CD$，

$\therefore OC//BD$，

$\therefore \angle B=\angle AOC=60^\circ$，

$\because AB$为$\odot O$的直径，

$\therefore \angle AEB=90^\circ$，

又$\because \angle AEC=30^\circ$，

$\therefore \angle DEC=90^\circ-\angle AEC=60^\circ$，

$\therefore \angle DEC=\angle B$，

$\therefore CE//OB$，

$\therefore$四边形$OBEC$为平行四边形，

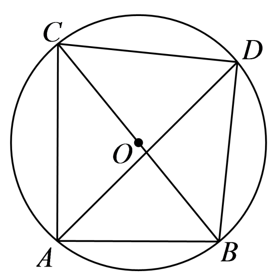
又$\because OB=OC$，

$\therefore$四边形$OBEC$为菱形．

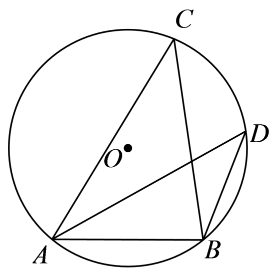
【标注】【知识点】圆内接四边形综合

5. 已知$\odot O$直径为10，点A，点B，点C在$\odot O$上，$\angle CAB$的平分线交$\odot O$于点D．

（1）如图①，若BC为$\odot O$的直径，求BD，CD的长．



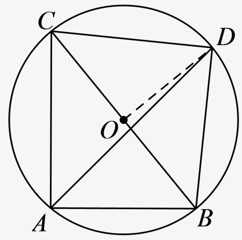
（2）如图②，若$\angle CAB=60^\circ$，求BD，BC的长．



【答案】（ 1 ）$BD=CD=5\sqrt{2}$.

（ 2 ）$BD=5$，$BC=5\sqrt{3}$.

【解析】（ 1 ）连接OD，



$\because BC$为$\odot O$的直径，

$\therefore \angle CAB=\angle BDC=90^{\circ}$

$\because AD$平分$\angle CAB$，$\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BD}$

，

$\therefore \angle COD=\angle BOD$，

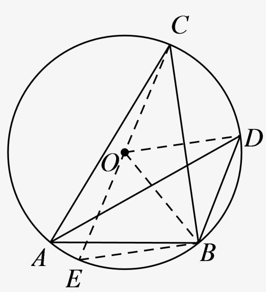
$\therefore CD=BD$，

在$\mathrm{Rt}\triangle BDC$中，$BC=10$，$CD^2+BD^2=BC^2$，

$\therefore BD^2=CD^2=50$，

$\therefore BD=CD=5\sqrt{2}$.

（ 2 ）如图，连接OB，OD，



$\because AD$平分$\angle CAB$，且

$\angle CAB=60^{\circ}$，

$\therefore$

$\angle DAB=\dfrac{1}{2}\angle CAB=30^{\circ}$

$\therefore \angle DOB=2\angle DAB=60^{\circ}$

又$\because \odot O$中，$OB=OD$，

$\therefore \triangle OBD$为等边三角形，

$\because \odot O$直径为10，

$\therefore BD=OB=5$，

作直径CE，连接EB，$\angle CBE=90^{\circ}$，

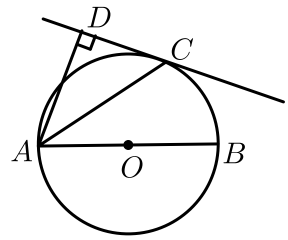
$\because \overset{\frown}{CB}=\overset{\frown}{CB}$，

$\therefore \angle CEB=\angle CAB=60^{\circ}$，

$\therefore BC=\sin 60^{\circ}\cdot CE=1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 10=5\sqrt{3}$.

【标注】【知识点】圆与勾股

6. 如图，AB为$\odot O$的直径，C为$\odot O$上一点，AD和过C点的直线互相垂直，垂足为D，且AC平分$\angle DAB$．



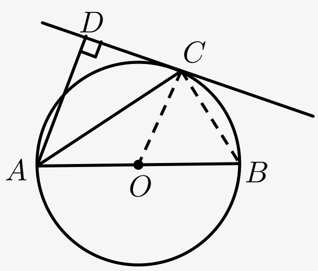
（1）求证：DC为$\odot O$的切线．

（2）若$\odot O$的半径为3，$AD=4$，求AC的长．

【答案】（1）证明见解析．

（2）$2\sqrt{6}$．

【解析】（1）连接OC，



$\because OA=OC$，

$\therefore \angle OAC=\angle OCA$．

$\because AC$平分$\angle DAB$，

$\therefore \angle DAC=\angle OAC$．

$\therefore \angle DAC=\angle OCA$．

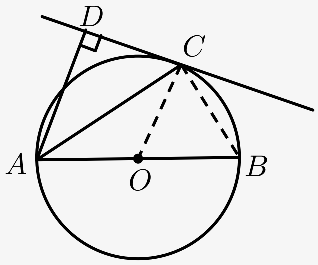
$\therefore OC//AD$．

$\because AD\perp CD$，

$\therefore OC\perp CD$．

$\therefore$直线CD与$\odot O$相切于点C．

（2）连接BC，则$\angle ACB=90^\circ$．



$\because \angle DAC = \angle OAC$，$\angle ADC = \angle ACB = 90^{\circ}$，

$\therefore \triangle ADC \backsim \triangle ACB$，

$\therefore \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{AC}{AB}$，

$\therefore AC^2 = AD \cdot AB$，

$\because \odot O$的半径为3，$AD = 4$，

$\therefore AB = 6$，

$\therefore AC = 2\sqrt{6}$．

【标注】【知识点】圆与相似